

Ad, Soyad: _____

Açıklamalar: Bu sınav toplam 100 puan değerinde 3 sorudan oluşmaktadır. Sınav süresi 90 dakikadır ve tüm soruların yanıtlanması gereklidir. Tüm işlemler bu sınav kağıdı üzerinde yapılacaktır. Kopya çekme ve çektirme girişiminde bulunanlar hakkında üniversitenin disiplin kuralları çerçevesinde işlem yapılacaktır. Sınav süresince sınav içeriği ile ilgili soru sormak yasaktır.

Sorular

1. (30 puan)

- (a) (15 puan) Dizey gösterimi $Y = XB + u$ olan doğrusal bağlantı modeline ilişkin $\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y$ formülünden yararlanarak, $\hat{B} - B = (X'X)^{-1}X'u$ eşitliğini türetiniz.

Yanıt: Baştaki bağlantı işlevini \hat{B} denkleminde yerine koyarsak şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned}\hat{B} &= (X'X)^{-1}X'(XB + u) \\ \hat{B} &= (X'X)^{-1}X'XB + (X'X)^{-1}X'u \\ \hat{B} &= B + (X'X)^{-1}X'u \\ \hat{B} - B &= (X'X)^{-1}X'u\end{aligned}$$

- (b) (15 puan) $E(uu') = \sigma^2I$ varsayımını kullanarak, $\text{varcov}(\hat{B}) = E([\hat{B} - B][\hat{B} - B]')$ şeklinde tanımlanan varyans-kovaryans dizeyinin $\sigma^2(X'X)^{-1}$ dizeyine eşit olduğunu gösteriniz.

Yanıt: Yukarıda da verilen $\hat{B} - B = (X'X)^{-1}X'u$ eşitliğinin sağ yanını varyans-kovaryans dizeyinde yerine koyalım:

$$\begin{aligned}\text{varcov}(\hat{B}) &= E([\hat{B} - B][\hat{B} - B]') \\ &= E([(X'X)^{-1}X'u][(X'X)^{-1}X'u]') \\ &= E((X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}) \\ &= \sigma^2(X'X)^{-1}\end{aligned}$$

Not: $(X'X)^{-1}$ bakışlımlı olduğu için devriği kendisine eşittir. Ayrıca, $(X'X)^{-1}$ olasılıksal olmadığından $E((X'X)^{-1}) = (X'X)^{-1}$.

TOBB - Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
İKT352 – Ekonometri II, Ara Sınavı

2. 2002-2007 yılları arasında Türkiye’de illerdeki belediye belgeli konaklama tesisleri ve bu tesislerdeki toplam geceleme sayılarına ilişkin aşağıdaki bağlanım modelini ele alalım:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i$$

Burada:

- Y 2002-2007 yılları arasında tesislerin oda sayılarındaki değişimi (adet),
 X bu dönemde tesislerdeki toplam geceleme sayılarındaki değişimi (1000 kişi)

göstermektedir. SEK yöntemi ile elde edilen bağlanım bulguları aşağıdaki gibidir:

	katsayı	ölç. hata	t-oranı	p-değeri
const	-54,1503	83,5734	-0,6479	0,5189
X	2,03925	0,123432	16,52	2,37e-27 ***

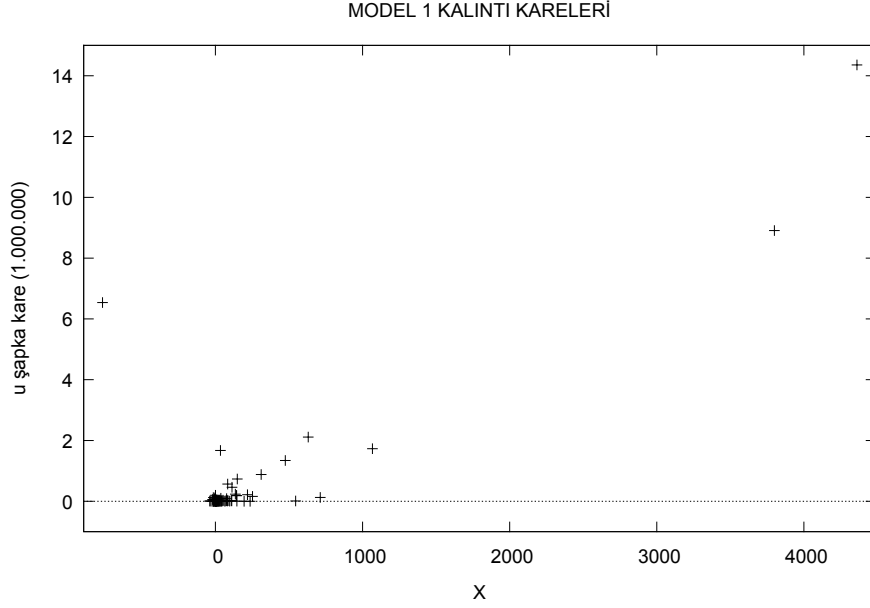
Bağımlı değişken ort	304,5926	Bağımlı değişken ö.s.	1523,456
Kalıntı kareleri top	41676753	Bağlanım ö.h.	726,3290
R-kare	0,775537	Ayarlamalı R-kare	0,772696
F(1, 79)	272,9517	P-değeri (F)	2,37e-27
Log-olabilirlik	-647,5497	Akaike ölçütü	1299,099
Schwarz ölçütü	1303,888	Hannan-Quinn	1301,021

Not: ö.s. ve ö.h. ölçünlü sapma ve ölçünlü hatayı göstermektedir.

- (a) (15 puan) Bağlanım sonuçlarını (1) önsel beklentiler, (2) katsayılar, (3) R^2 değeri, ve (4) F istatistiği tabanında dikkatlice yorumlayınız. Katsayı tahminlerini yorumlarken p veya t değerlerinden de yararlanmayı unutmayınız.

Yanıt: Bağlanım bulguları, 2002-2007 yılları arasındaki toplam geceleme sayılarına bağlı olarak illerde konaklama tesisi sayılarının değişeceği yönündeki önsel beklentiyi desteklemektedir. Katsayı tahminlerine göre toplam geceleme sayısındaki 1000 kişilik bir artış, beş yıllık süre içerisinde ortalama 2 adet yeni konaklama tesisinin kurulmasına yol açmaktadır. Diğer yandan $\hat{\beta}_1$ tahmini ise modele katılmayan etmenlerin tesis sayıları üzerinde negatif etkisi olduğunu göstermektedir. Mutlak değer olarak 2’den büyük bulunan t oranları, her iki katsayının da $\alpha = 0,05$ için 0’dan anlamlı derecede uzak olduğunu göstermektedir. R^2 istatistiğine bakıldığında turistik tesis sayısındaki değişimin yaklaşık %78 oranında geceleme sayıları ile açıklanabildiği anlaşılmaktadır. P -değeri $2,37e-27$ olarak hesaplanan F istatistiği ise bağlanımın bütün olarak anlamlı olduğunu göstermektedir.

- (b) (10 puan) Tahmin edilen bağlanıma ilişkin aşağıdaki çizit ne gibi bir sorun belirtisini göstermektedir? Kısaca yorumlayınız.



Yanıt: Yukarıdaki çizit, X artarken tahmin edilen hata karelerinin de büyüdüğünü göstermektedir. Bu durum hata teriminin varyansının sabit olmadığını, diğer bir deyişle olası bir farklıserpilimsellik sorununun belirtisidir.

- (c) (10 puan) Modele ilişkin şu bağlanım hesaplanmıştır.

$$\hat{u}_i^2 = - 6262,7475 + 8325,9371 X_i^2$$

öh	(8325,9371)	(42,6587)	
t	(-0,7522)	(7,7326)	$r^2 = 0,4308$

Yukarıdaki sonuçları temel alarak, eldeki $Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i$ bağlanım modelini uygun şekilde dönüştürünüz. Dönüştürmeli modele neden SEK yönteminin uygulanabileceğini kısaca açıklayınız.

Yanıt: Bağlanım bulgularına bakarak u_i^2 'nin X_i^2 ile ilişkili olduğu sonucunu çıkartacak olursak, çözüm için elimizdeki $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$ bağlanımına $1/X$ dönüştürmesini uygulayabiliriz:

$$\begin{aligned} \frac{Y_i}{X_i} &= \frac{\beta_1}{X_i} + \beta_2 + \frac{u_i}{X_i} \\ &= \beta_1 \frac{1}{X_i} + \beta_2 + v_i \end{aligned}$$

Yukarıdaki v_i hatalarının varyansı sabit olduğu için, dönüştürmele modele artık SEK yöntemi uygulanabilir:

$$E(v_i)^2 = E\left(\frac{u_i}{X_i}\right)^2 = \frac{1}{X_i^2} E(u_i^2) = \sigma^2$$

TOBB - Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
İKT352 – Ekonometri II, Ara Sınavı

(d) (10 puan) Doğru şekilde dönüştürülmüş olan modele ait aşağıdaki sonuçları kısaca yorumlayınız.

	katsayı	ölç. hata	t-oranı	p-değeri
const	1151,78	27313,7	0,04217	0,9665
X2	-11382,9	19275,0	-0,5906	0,5565

Açıklanan kareleri toplamı = 2,09674e+10

Sınama istatistiği: LM = 0,356010,
p-değeri = P(Ki-kare(1) > 0,356010) = 0,550731

Yanıt: Dönüştürmeli modele Breusch-Pagan sinamasının Koenker “sağlam” değişkesi uygulanmış ve 0,3560 değeri bulunmuştur. 1 sd ile χ^2 dağılımını izleyen sınama istatistiğine ait p -değerine bakılarak aynıserpilisellik sıfır önsavı reddedilmez.

3. (25 puan) Hata teriminin şöyle olduğunu düşünelim:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

(a) (15 puan) Yukarıda verilen p 'inci derece özbağılanımsal tasarımı temel alarak, Breusch-Godfrey (BG) Sınaması'nın nasıl uygulanacağını **dört** adımda dikkatlice açıklayınız. Her adımda, varsa tanımlanması gereken değişkenleri ve hesaplanması gereken bağılanım denklemlerini de gösteriniz.

Yanıt: BG sinamasının uygulama adımları şöyledir:

1. SEK bağılanımı hesaplanır ve kalıntılar elde edilir.
2. \hat{u}_t 'lar ile baştaki modeldeki açıklayıcı değişkenler ve kalıntılarının gecikmeli değerleri olan $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \dots, \hat{u}_{t-p}$ değişkenleri bağılanıma sokulur; R^2 hesaplanır.
3. $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$ önsavı ve büyük örneklem varsayımı altında p serbestlik dercesi ile χ^2 dağılımını izleyen $(n - p) \cdot R^2$ değeri hesaplanır.
4. Bulunan istatistik eğer seçili anlamlılık düzeyindeki kritik değeri aşıyor ise H_0 reddedilir.

(b) (10 puan) BG sinamasının zayıf noktasını tek bir tümce ile açıklayınız. BG'ye alması iki sinama adı sayınız.

Yanıt: Bu sinamanın bir zayıf noktası, gecikme derecesi p 'nin önsel olarak belirlenmemesidir. Özilintiyi saptamak için kullanılacak alması sinamalara örnek olarak Durbin-Watson ve dizilim (runs) sinamaları gösterilebilir.